

DOI: <https://doi.org/10.36719/2789-6919/56/129-136>

Maşallah Əhədzadə

Azərbaycan Dövlət Neft və Sənaye Universiteti
magistrant

<https://orcid.org/0009-0008-1753-6828>
masallahehdzade@gmail.com

Çebişev sırasının tətbiqi ilə bir sinif sinqulyar nüvəli inteqral tənliyin təqribi həllinin araşdırılması

Xülasə

İşdə çatlar nəzəriyyəsi, elastiklik nəzəriyyəsi, elektrodinamika, aerodinamika və s. məsələlərində geniş tətbiq olunan birinci növ sinqulyar nüvəli inteqral tənliyin təqribi həllinin varlığı və yeganəliyi göstərilmişdir. Bundan əlavə, bu işdə ilk dəfə olaraq kəsik üzərində sinqulyar tənliklərin təqribi həlli üçün Çebişev sıralarından istifadə olunan bir üsul təklif olunmuşdur. Verilən bu üsulun mahiyyəti ondan ibarətdir ki, sinqulyar inteqral tənliyin həlli məsələsi sıxlığın Çebişev sırası ilə əvəz olunmasından sonra verilmiş həllin uyğunlaşma əmsalları üzrə naməlum xətti cəbri tənliklər sisteminin həllinə gətirilir. Həmçinin, baxılan birinci növ sinqulyar nüvəli inteqral tənliyin təqribi həllinin dəqiq həllə yığılma sürəti verilmişdir və alınan nəticələrin bir neçə nümunə misallar üzərində dəqiqliyi də yoxlanılmışdır.

Açar sözlər: tənlik, inteqral, sinqulyar nüvəli, Çebişev sıraları

Mashallah Ahadzada

Azerbaijan State Oil and Industry University
Master's student

<https://orcid.org/0009-0008-1753-6828>
masallahehdzade@gmail.com

Investigation of the Approximate Solution of a Class of Singular Kernel Integral Equations Using Chebyshev Series

Abstract

In this work, the existence and uniqueness of an approximate solution of a singular kernel integral equation of the first kind, which is widely used in problems of crack theory, elasticity theory, electrodynamics, aerodynamics, etc., are shown. In addition, in this work, for the first time, a method using Chebyshev series for the approximate solution of singular equations on a section is proposed. The essence of this method is that the problem of solving a singular integral equation is reduced to the solution of a system of unknown linear algebraic equations in terms of the adaptation coefficients of the given solution after replacing the density with the Chebyshev series. Also, the convergence rate of the approximate solution of the considered singular kernel integral equation of the first kind to the exact solution is given, and the accuracy of the obtained results is also checked on several sample examples.

Keywords: equation, integral, singular core, Chebyshev series

Giriş

Bu işdə müəyyən çəkili funksiya malik kəsik üzərində birinci növ sinqulyar inteqral tənliklərə baxılır. Bu tip sinqulyar tənliklər çatlar nəzəriyyəsi, elastiklik nəzəriyyəsi, elektrodinamika, aerodinamika və s. məsələlərdə geniş tətbiq olunur ki, bu da onların həlli üçün ədədi metodların işlənilməsinin vacibliyini göstərir.

Bu istiqamətdə ən erkən işlərdən biri M.A.Lavrentyevin (Lavrentiev, 1932) işi hesab olunur; həmin işdə aerodinamikanın praktik məsələsi sinqulyar inteqral tənliyə gətirilir və belə tənliklərin həlli üçün ədədi metod əsaslandırılır. Bu işə görə İ.M.Musxelişvili öz kitabında yazır: "... sinqulyar inteqral tənliklərin təqribi həlli üçün analitik metodların sonrakı inkişafı, mənim fikrimcə, bu tənliklər nəzəriyyəsinin ən mühüm aktual vəzifələrindən biridir" (Muskhelishvili, 1968). Sonralar sinqulyar inteqral tənliklərin ədədi həlli üçün müxtəlif metodlar işlənmişdir; onlardan biri S.M.Belotserkovski tərəfindən təklif edilmiş və K.İ.Lifanov tərəfindən əsaslandırılmış "diskret sinqularlıqlar metodu"dur (Belotserkovski və Lifanov, 1985; Lifanov, 1995; Besaeva və Khubezhty, 2016; Boikov, 2004). Qeyd olunan metod bu günə qədər də təqribi həll nəzəriyyəsində aktual metodlardan biri olaraq qalır. Qeyd edək ki, bu metod sonlu sayda nöqtədə həllin təqribi qiymətlərini verir. Bir çox hallarda isə bütün kəşik üzrə yararlı olan analitik təqribi həllin əldə edilməsi tələb olunur. Bu tip metodlara Çebişev çoxhədliləri ilə əlaqəli metodlar daxildir (Krylov, 1967; Natanson, 1949; Suetin, 1979).

Tədqiqat

Bu işdə ilk dəfə olaraq (Pashkovski, 1983), kəşik üzərində sinqulyar tənliklərin təqribi həlli üçün Çebişev sıralarından istifadə edən bir metod təklif olunur. Metodun mahiyyəti ondan ibarətdir ki, sinqulyar inteqral tənliyin həlli məsələsi sıxlığın Çebişev sırası ilə əvəz olunmasından sonra verilmiş həllin uyğunlaşma əmsalları üzrə naməlum xətti cəbri tənliklər sisteminin həllinə gətirilir. C_1, C_2, \dots, C_n ayrışma əmsalları tapıldıqdan sonra təqribi həll analitik formada əldə edilir ki, bu da naməlum funksiyanın (Lavrentiev, 1932; Kantorovich və Akilov, 1984) kəşiyinin bütün nöqtələrində qiymətlərini tapmağa imkan verir.

2. Çebişev sıraları

$[-1, 1]$ kəşiyində təyin olunmuş və həqiqi və ya kompleks qiymətlər alan f funksiyasına baxaq. Fərz edək ki, bu kəşikdə onu birinci növ Çebişev çoxhədliləri üzrə sıraya ayırmaq olar, yəni elə sabitlər a_0, a_1, \dots mövcuddur ki,

$$F(x) = \sum_{l=0}^{\infty} a_l T_l(x). \quad (1)$$

Məlumdur ki, Çebişev çoxhədliləri

$$T_l(x) = \cos(l \arccos x) \quad (l=0, 1, \dots) \quad [-1, 1] \text{ kəşiyində } (1-x^2)^{-1/2}$$

$$\int_{-1}^1 (1-x^2)^{-1/2} T_k^2(x) dx = \begin{cases} \pi, & k=0 \\ \frac{\pi}{2}, & k>0 \end{cases}$$

(1) bərabərliyinin hər iki tərəfini $(1-x^2)^{-1/2}$ -ə vurub $[-1, 1]$ kəşiyində inteqrallaşdırsaq, (1) sırasının əmsalları a_k üçün aşağıdakı düsturları alırıq:

$$a_k = \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 (1-x^2)^{-1/2} f(x) T_k(x) dx, \quad k=0, 1, \dots$$

Buradan $x = \cos t$ əvəzləməsinin köməyi ilə ekvivalent və çox vaxt daha əlverişli olan düstur əldə edilir.

$$a_k[f] = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(\cos t) \cos kt dt, \quad k=0, 1, \dots$$

$a_k[f]$ kəmiyyətini f funksiyasının k -cı Çebişev əmsalı və seriyası adlandıracağıq.

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k[f] T_k(x)$$

-f funksiyasının Çebişev seriyası. Burada \sum simvolu düsturla təyin olunur

$$\sum_{j=l}^m 'a_j = \frac{1}{2}a_l + a_{l+1} + \dots + a_m, \quad m \geq l.$$

3. Sinqulyar integral tənliyin həlli üçün hesablama sxemi formasının sinqulyar integral tənliyini nəzərdən keçirək:

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{\varphi_0(t)}{t-x} dt + \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 k(x,t) \varphi_0(t) dt = f(x), \quad (2)$$

burada $k(x, t), f(x) \in H_r(\alpha)$ ($r \geq 1, 0 < \alpha \leq 1$) funksiyaları verilmişdir ($H_r(\alpha)$, $r-1$ tərtibinə qədər kəsilməz törəmələri olan funksiyalar sinfidir və r tərtibinin törəməsi α dərəcəli Hölder şərtini ödəyir). (2) tənliyinin $k = 1$ indeksi formasının həllinə uyğundur.

$$\varphi_0(t) = \frac{\varphi(t)}{\sqrt{1-t^2}},$$

burada $(t) [-1,1]$ aralığında kifayət qədər hamar bir funksiyadır. Onda (2) tənliyi aşağıdakı formanı alır:

$$K\varphi \equiv \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} \cdot \frac{\varphi(t)}{t-x} dt + \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} \cdot k(x,t) \varphi(t) dt = f(x). \quad (3)$$

Gəlin naməlum funksiyanı $\varphi(t)$ Çebişev seriyasındakı genişləndirmə ilə əvəz edək:

$$\varphi(t) = \sum_{k=1}^{\infty} C_k T_{k-1}(t), \quad (4)$$

burada C_k müəyyən edilməmiş əmsallardır. Nəticədə yaranan genişlənməni $\varphi(t)$ (3) tənliyinə yerləşdirərək aşağıdakı tənliyi alırıq:

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} \cdot \frac{1}{t-x} \cdot \left(\sum_{k=1}^{\infty} C_k T_{k-1}(t) \right) dt + \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{k(x,t)}{\sqrt{1-t^2}} \left(\sum_{k=1}^{\infty} C_k T_{k-1}(t) \right) dt = f(x)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} C_k \cdot \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} \cdot \frac{T_{k-1}(t)}{t-x} dt + \sum_{k=1}^{\infty} C_k \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{k(x,t)}{\sqrt{1-t^2}} T_{k-1}(t) dt = f(x). \quad (5)$$

İnversiya düsturundan istifadə etməklə

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} \cdot \frac{T_{k-1}(t)}{t-x} dt = \begin{cases} 0, & k=1, \\ U_{k-2}(x), & k \neq 1 \end{cases} \quad (6)$$

və kvadratura düsturu

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} f(t) dt \approx \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m f\left(\cos \frac{2k-1}{2m} \pi\right), \quad (7)$$

burada $U_{k-2}(x)$ 2-ci növ Çebişev polinomudur

$$U_{k-2}(x) = \frac{\sin((k-1) \arccos x)}{\sqrt{1-x^2}}$$

Alırıq

$$\sum_{k=2}^{\infty} C_k U_{k-2}(x) + \sum_{k=1}^{\infty} C_k \cdot \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m k(x, \bar{x}_j) T_{k-1}(\bar{x}_j) = f(x), \quad (8)$$

Harada

$$\bar{x}_j = \cos \frac{2j-1}{2m} \pi,$$

$j=1, 2, \dots, m$

(8) tənliyinin unikal həlli yoxdur, bu həll ixtiyari parametrdən asılıdır, (8) tənliyinin unikal həllini tapmaq üçün şərt qoyulur

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{\varphi(t)}{\sqrt{1-t^2}} dt = C_0 \quad (9)$$

burada C_0 $\varphi(t)$ -ni təyin edən ixtiyari sabitdir. Beləliklə, $\varphi(t)$ -in yeganə həlli C_0 -dan asılıdır. Onun (4) təsvirini $\varphi(x)$ əvəzinə (9)-a yerləşdirsək, əldə edirik:

$$\sum_{k=1}^{\infty} C_k \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{T_{k-1}(t)}{\sqrt{1-t^2}} dt = C_0 \quad (10)$$

(8) və (10) tənlikləri sistem kimi nəzərdən keçiriləcəkdir. (8)-də əlavə olaraq, $x = -1 + ih$, $h = 2/n+1$, $i = 1, \dots, n-1$ qiymətlərini $m = n$ ilə təyin edərək, $C_1, C_2, \dots, C_n, \dots$ naməlumları üçün xətti cəbri tənliklər sistemi əldə edirik.

$$\begin{cases} \sum_{k=2}^{\infty} C_k U_{k-2}(x_i) + \sum_{k=1}^{\infty} C_k \cdot \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n k(x_i, \bar{x}_j) T_{k-1}(\bar{x}_j) = f(x_i), \\ \sum_{k=1}^{\infty} C_k \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n T_{k-1}(\bar{x}_j) = C_0. \end{cases} \quad (11)$$

$i=1, 2, \dots, n-1$

Gələcəkdə $\varphi(t)$ funksiyasının təxmini qiymətini formada nəzərdən keçirəcəyik.

$$\varphi(t) \approx \sum_{k=1}^n C_k T_{k-1}(t)$$

Onda (11) əvəzinə $n \times n$ tərtibli xətti cəbri tənliklər sistemi alacağıq:

$$\begin{cases} \sum_{k=2}^n C_k U_{k-2}(x_i) + \sum_{k=1}^n C_k \cdot \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n k(x_i, \bar{x}_j) T_{k-1}(\bar{x}_j) = f(x_i), \\ \sum_{k=1}^n C_k \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n T_{k-1}(\bar{x}_j) = C_0. \end{cases} \quad (12)$$

$i=1, 2, \dots, n-1$

(12) sisteminin C_1, C_2, \dots, C_n naməlumlarına görə həlli bizə (2) tənliyinin təxmini həllini formada verir:

$$\varphi_0(t) \approx \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} \cdot \sum_{k=1}^n C_k T_{k-1}(t)$$

4. Hesablama sxeminin əsaslandırılması və səhv qiymətləndirməsi

Tutaq ki, $\varphi(t) \in H_r(\alpha)$ funksiyaları fəzasıdır. X fəzasındakı norma düsturla təyin olunur

$$\|\varphi\| = \|\varphi(t)\|_{C[-1;1]} + \sup_{\substack{t_1 \neq t_2; \\ 0 < \beta < \alpha}} \frac{|\varphi(t_1) - \varphi(t_2)|}{|t_1 - t_2|^\beta}$$

norma ilə X_n ilə $\varphi_n(t) = \sum_{k=0}^n \alpha_k t^k$ polinom funksiyaları fəzasını ifadə edirik

$$\|\varphi_n(t)\| = \|\varphi_n(t)\|_{C[-1;1]} + \sup_{\substack{t_1 \neq t_2; \\ 0 < \beta < \alpha}} \frac{|\varphi_n(t_1) - \varphi_n(t_2)|}{|t_1 - t_2|^\beta}$$

K operatorunun X fəzasından X -ə doğru hərəkət etdiyini və K^{-1} məhdud tərs operatoruna malik olduğunu fərz edəcəyik. X fəzasını X_n fəzasına düsturuna uyğun olaraq proyeksiya edən operatoru P_n ilə işarə edəcəyik.

$$P_n[\varphi(t)] = \sum_{k=1}^n \frac{T_n(x)}{(t-x_k)T'_n(x_k)} \varphi(x_k).$$

Məlumdur ki, $\|P\| \leq C \ln n$ qiymətləndirməsi Lebeq sabiti üçün keçərlidir. (3) tənliyinin təxmini həllini funksiya şəklində axtaracağıq.

$$\varphi_n(t) = \sum_{k=1}^n C_k T_{k-1}(t)$$

C_k əmsalları, operator şəklində tənliklə təmsil olunan xətti cəbri tənliklər sistemindən təyin olunur

$$P_n \left[\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{\varphi_n(t)}{\sqrt{1-t^2}(t-x)} dt + \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} \cdot P_n^t[k(x,t)\varphi_n(t)] dt \right] = P_n[f(x)] \quad (13)$$

burada $P_n[\psi(t)]$ birinci növ Çebişev polinomlarının sıfır düyünləri üzərində n dərəcəli interpolasiya polinomları çoxluğu üzərində proyeksiya operatorudur. (6) və (7) düsturlarından istifadə edərək (13) tənliyi aşağıdakı kimi yenidən yazıla bilər:

$$\mathbf{K}_n \varphi_n \equiv \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} \cdot \frac{\varphi_n(t)}{t-x} dt + P_n^x \left(\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} \cdot P_n^t[k(x,t)] \varphi_n(t) dt \right) = P_n[f(x)] \quad (14)$$

Kollokasiya metodunu (3) tənliyinə tətbiq edək. Operator şəklində bu formaya malikdir

$$\overline{\mathbf{K}}_n \varphi_n \equiv \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} \cdot \frac{\varphi_n(t)}{t-x} dt + P_n^x \left[\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} k(x,t) \varphi_n(t) dt \right] = P_n^x[f(x)] \quad (15)$$

Fərqi normasını qiymətləndirək

$$\begin{aligned} \|\mathbf{K}\varphi_n - \overline{\mathbf{K}}_n\varphi_n\| &= \left\| \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} k(x,t) \varphi_n(t) dt - P_n^x \left[\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} k(x,t) \varphi_n(t) dt \right] \right\| \\ &\leq \left\| \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} (k(x,t) - k_n^x(x,t)) \varphi_n(t) dt \right\| \\ &+ \left\| P_n^x \left[\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} (k(x,t) - k_n^x(x,t)) \varphi_n(t) dt \right] \right\| = I_1 + I_2, \end{aligned}$$

burada $k_n^x(x, t)$ x dəyişəninin $n-1$ dərəcəsinin $k(x, t)$ funksiyasına ən yaxşı vahid yaxınlaşmasının polinomudur. Bunu görmək asandır

$$I_1 \leq C n^\beta \overline{E}_{n-1}^x(k(x, t)) \|\varphi_n\|,$$

$$I_2 \leq C n^\beta \|P_n\| \overline{E}_{n-1}^x(k(x, t)) \|\varphi_n\|$$

Və buna görə də

$$\|\mathbf{K}\varphi_n - \overline{\mathbf{K}}_n\varphi_n\| \leq C n^\beta \|P_n\| \overline{E}_{n-1}^x(k(x, t)) \|\varphi_n\|$$

$$\overline{E}_n^x(k(x, t)) = \max_{-1 \leq t \leq 1} E_n^x(k(x, t)).$$

Sonuncu bərabərsizlikdən və tərs çevrilə bilən operatorlar üçün təqribi metodların ümumi nəzəriyyəsi belə çıxır ki, $q = C n^\beta \|K^{-1}\| \|P_n\| \overline{E}_{n-1}^x(k(x, t)) < 1$ olan n üçün tərs operator K^{-1} mövcuddur. $\|\overline{K}_n - K_n\|$ fərqi normasını qiymətləndirək. Aydındır ki,

$$\begin{aligned} \|\overline{\mathbf{K}}_n \varphi_n - \mathbf{K}_n \varphi_n\| &= \left\| P_n^x \left[\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} (k(x,t) - P_n^t[k(x,t)]) \varphi_n(t) dt \right] \right\| \\ &\leq C n^\beta \|P_n\| \overline{E}_n^t(k(x,t)) \|\varphi_n\|, \end{aligned}$$

burada $\overline{E}_n^t = \max_{-1 \leq x \leq 1} \overline{E}_n^t[k(x,t)]$. Tutaq ki, $n_0 \geq n$ üçün bərabərsizliyi ödənilir.

$$C n^\beta \left(\|P_n\| \overline{E}_n^x(k(x,t)) + \|P_n\| \overline{E}_n^t(k(x,t)) \right) < 1.$$

Banax teoremindən belə nəticə çıxır ki,

$$\|\varphi^* - \varphi_n^*\| \leq C n^\beta \left(\|P_n\| \overline{E}_n^x(k(x,t)) + \|P_n\| \overline{E}_n^t(k(x,t)) \right)$$

burada φ^* və φ_n^* n müvafiq olaraq (3) və (14) tənliklərinin həlləridir. Beləliklə, sübut olunur.
Teorem. Tutaq ki, K operatoru tərs funksiyası $k(x,t)$, $f(t) \in H_4(a)$ -ya malikdir və elə olmalıdır ki,

$$C n^\beta \|K^{-1}\| \left(\overline{E}_n^x(k(x,t)) + \overline{E}_n^t(k(x,t)) \right) \ln n < 1$$

Onda (13) sisteminin unikal həlli var və:

$$\|\varphi^* - \varphi_n^*\| \leq O\left(\frac{\ln n}{n^{r+\alpha-\beta}}\right)$$

5. Nümunələr

Yuxarıda təsvir olunan metodu göstərmək üçün bir neçə sadə nümunə verək.

NÜMUNƏ 1. Tənliyi nəzərdən keçirin:

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} \cdot \frac{\varphi(t)}{t-x} dt + \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} \cdot (x+t) \varphi(t) dt = x$$

əlavə şərtlə

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} \cdot \varphi(t) dt = 1$$

yəni $C_0 = 1$. Bu tənliyin dəqiq həlli $\varphi(t) = 1$ funksiyasıdır. Bu halda, (12) sistemini $n = 3$ üçün həll edərək aşağıdakıları əldə edirik: $C_1 = 1$, $C_2 = 1.324547 \cdot 10^{-8}$, $C_3 = -3.973643 \cdot 10^{-8}$ və təxmini həll funksiyası olacaq:

$$\varphi_3(t) = C_1 T_0(t) + C_2 T_1(t) + C_3 T_2(t) = 1 + (1,324547 \cdot 10^{-8})t - (3,973643 \cdot 10^{-8})(2t^2 - 1) \approx 1.$$

NÜMUNƏ 2. Tənliyi nəzərdən keçirək:

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} \cdot \frac{\varphi(t)}{t-x} dt + \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} \cdot (x+t) \varphi(t) dt = \frac{3}{2}$$

əlavə şərtlə

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} \varphi(t) dt = 0,$$

$C_0 = 0$. Dəqiq həll $\varphi(t) = t$. $n = 3$ üçün aşağıdakıları əldə edirik: $C_1 = 0$, $C_2 = 1$, $C_3 = 0$, yəni.

$$\varphi_3(t) = T_0(t) \cdot 0 + T_1(t) \cdot 1 + T_2(t) \cdot 0 = t$$

Hesablamalar xətti cəbri tənliklər sistemlərinin həlli üçün Qaus metodundan istifadə etməklə QBasic dilində aparılmışdır. Aydın ki, bütün $|\varepsilon(t)| \leq 0.2 \cdot 10^{-6}$ -dır. Bu ədədi nəticələr yuxarıda təsvir edilən hesablama sxeminin yaxşı tətbiq olduğunu göstərir.

Nəticə

İşdə Çebişev sırası vasitəsilə baxılan sinqulyar inteqral tənlik xətti cəbri tənliklər sistemi ilə əvəz olunmuşdur. Göstərilmişdir ki, alınan xətti cəbri tənliklər sisteminin yeganə həlli var və bu həll baxılan inteqral tənliyin dəqiq həllinə yığılır. Həmçinin, işdə misallar vasitəsilə alınan nəticənin doğruluğu da göstərilmişdir.

Ədəbiyyat

1. Belotserkovskii, S.M. və Lifanov, I.K. (1985). *Chislennye metody v singulyarnykh integral'nykh uravneniyakh*. Nauka.
2. Besaeva, Z.V. və Khubezhty, Sh.S. (2016). Priblizhennoe reshenie singulyarnykh integral'nykh uravnenii s primeneniem ryadov Chebysheva. *Vladikavk. mat. zhurn.*, 18(4), 15–22.
3. Boikov, I.V. (2004). *Priblizhennyye metody resheniya singulyarnykh integral'nykh uravnenii*. Izd-vo Penzenskogo gosudarstvennogo universiteta.
4. Krylov, V.I. (1967). *Priblizhennoe vychislenie integralov*. Nauka.
5. Khubezhty, Sh.S. (2011). *Kvadraturnyye formuly dlya singulyarnykh integralov i nekotorye ikh primeneniya*. YUMI VNTs RAN.
6. Kantorovich, L.V. və Akilov, G.P. (1984). *Funksional'nyi analiz*. Nauka.
7. Lavrent'ev, M.A. (1932). O postroenii potoka, obtekayushchego dugu zadannoi formy. *Tr. TSAGI*, 118, 3–56.
8. Lifanov, I.K. (1995). *Metod singulyarnykh integral'nykh uravnenii i chislennyye ehksperiment*. Yanus.
9. Muskhelishvili, N.I. (1968). *Singulyarnyye integral'nye uravneniya*. Nauka.
10. Natanson, I.P. (1949). *Konstruktivnaya teoriya funktsii*. GIFML.
11. Pashkovskii, S. (1983). *Vychislitel'nye primeneniya mnogochlenov i ryadov Chebysheva*. Nauka.
12. Suetin, P.K. (1979). *Klassicheskie ortogonal'nye mnogochleny*. Nauka.

Daxil oldu: 03.12.2025

Qəbul edildi: 05.03.2026